教海探航

数学阅读：助力深度学习

■建湖县教育局教研室　谷诗新

前苏联数学教育家斯托利亚尔曾说，“数学教学也就是数学语言的教学”。数学阅读过程同一般阅读过程一样，是一个完整的心理活动过程，但由于数学语言的符号化、逻辑化及严谨性、抽象性等特点，数学阅读又有不同于一般阅读的特殊性，认识这些特殊性，对指导数学阅读有重要意义。

数学语言高度的抽象性　在阅读过程中，学生必须认读感知阅读材料中有关的数学术语和符号，并能正确依据数学原理分析它们之间的逻辑关系，最后达到对材料的本真理解，形成知识结构，这中间用到的逻辑推理思维特别多，而一般阅读较少运用逻辑推理思维。

数学语言含义的精确性　每个数学概念、符号、术语都有其精确的含义，没有含糊不清或易产生歧义的词汇，数学中的结论对错分明，不存在似是而非、模棱两可的断言，当学生试图阅读、理解一段数学材料或一个概念、定理或其证明时，他必须了解其中出现的每个数学术语和每个数学符号的精确含义，不能忽视或略去任何一个不理解的词汇。因此，浏览、快速阅读等阅读方式不太适合数学阅读学习。

数学阅读要求的高度性　阅读一本故事书时，可以不注意细节，进行跳阅或浏览，但数学阅读由于逻辑严谨性及数学“言必有据”的特点，要求对每个句子、每个名词术语、每个图表都细致地阅读分析，领会其内容、含义。对新出现的数学定义、定理要反复仔细阅读，认真分析直至弄懂含义。数学阅读必须勤思多想，从而理解其中的推理和数学含义，体会数学思想方法。

数学阅读过程的读写性　一方面，数学阅读要求记忆重要概念、原理、公式，而书写可以加快、加强记忆，数学阅读时，对重要的内容常通过书写或做笔记来加强记忆；另一方面，教材编写为了简约，数学推理的理由常省略，运算证明过程也常简略，阅读时，如果从上一步到下一步跨度较大，常需纸笔演算推理来“架桥铺路”，以便顺利阅读；数学阅读时常要求从课文中概括归纳出一些东西，如解题格式、证明思想、知识结构框图，或举一些反例、变式来加深理解，这些往往要求读者以注脚的形式写在页边上，以便以后复习巩固。

数学阅读思维的灵活性　数学读物中的语言是通常的文字语言、数学符号语言、图形语言的交融，数学阅读重在理解领会，因此常常要灵活转化阅读内容，如把一个抽象表达的问题转化成更具体的表述，用语言来描述图形，或用图形来表述语言等等。数学阅读要求大脑建立起灵活的语言转化机制，而这正是数学阅读有别于其他阅读的最主要的方面。

学生智力发展的诊断研究表明，数学语言的掌握水平，是学生智力发展和接受能力的重要指标。数学语言发展水平低的学生，课堂上对数学语言信息的敏感性差，知识接受质差量少，理解问题也时常发生困难。因此，重视数学阅读，提高学生数学语言水平有着重要而现实的教育意义。

培养数学交流能力　数学交流是指数学信息接收、加工、传递的动态过程。无论学习数学还是使用数学，数学交流都有极重要的作用，而数学交流的载体是数学语言，因此发展学生的数学语言能力是提高数学交流能力的根本。然而，学生仅靠在课堂上听老师的讲授是难以丰富和完善自己的数学语言系统的。只有通过阅读，与书本上的标准数学语言进行交流，学生才能规范数学语言，锻炼理解力和表达力，从而建立起良好的数学语言系统，提高数学交流能力。

充分发挥教材作用　数学教科书是在充分考虑学生生理、心理特征、教育教学原理、数学学科特点等诸多因素的基础上精心编写而成，具有极高的阅读价值。在我国义务教育数学教学大纲中已明确指出，教师必须注意“指导学生认真阅读课文”。国外也是如此，如法国“初中数学教学大纲”，在教学方法的选择上就指出“教师应该关心学生对数学课文的阅读和理解”；苏联“普通中学数学教学大纲”强调在组织数学教学的过程中，“必须注意使用教材，即在教师讲解之后，让学生阅读课文，根据测验的问题自学一定的材料，阅读习题或定理的简短文字”；美国“学校数学课程与评估标准”也特别鼓励学生读数学书。因此，重视数学教科书的阅读，充分利用教科书的教育价值，已构成现代数学教育的特点之一。

符合现代教育思想　社会高度发展，瞬息万变，这决定了未来人不仅要有扎实宽厚的基础知识功底，更需要有较强的自学功底从事终身学习，以便随时调整自己来适应社会的发展变化。阅读是自学的主要形式，培养学生以阅读能力为核心的独立获取数学知识的能力，使他们获得终身学习的本领，符合现代教育思想。

实现素质教育目标　研究表明，一些学生学习数学感到困难的因素之一是阅读能力差，难以理解数学教材。要想使数学素质教育目标得到实现，使这部分学生不再感到“数学难学”，就必须重视数学阅读教学。国内一些较为成功的教学改革充分说明了这一点，如中国科学院心理研究所卢仲衡先生的“自学辅导教学法”、上海育才中学的“读读、议议、讲讲、练练”教学法及“青浦数学教改实验”等，无不得益于课堂阅读教学环节。

因此，数学教师应充分认识到数学阅读的教育功能，将数学阅读纳入数学课堂教学基本环节，改过去“讲练结合”教学方式为“讲读练三结合方式”，积极探索课堂教学优化结构，借助课堂阅读提高教学效率。

三招两式

让数学习题“趣味重生”

■泰州市海军小学　何志平

如果我说，我一道题目讲了两节课，你相信吗？

题目回顾——

判断对错：把含糖 7%的糖水和含糖 8%的糖水混合后就得到含糖 15%的糖水。

这是《小学生数学报》“挑战自我”栏目中的一道判断题。原来我对这道判断题的思考是让学生懂得用“举例”的方法解决。在师生互相合作之后，很多学生都想到了举例。第一个举手回答的孩子说假设两杯糖水都是 100 克，这是一个比较理想的例子，我顺势在黑板上进行了板书，通过计算得出混合以后的糖水含糖率是 7.5%。这名学生的想法就是我当时的想法，我甚至认为，如果这是一道填空题，答案就是 7.5%。

我正要总结，又一个孩子举起了手，他说，如果含糖 7%的糖水有 300 克，含糖 8%的糖水有 100 克呢？我带领孩子们进行了计算：先算出两杯水中的糖分别是 21 克和 8 克，再用（21+8）÷400，计算 29÷400 的时候，在潜意识影响下，我误以为结果就是 0.075，有些学生也产生了错误的想法。还好我和学生们都及时醒悟过来，结果是 0.0725，也就是混合以后的糖水含糖率不是 7.5%，而是 7.25%。此时我一阵后怕，发现自己一开始没有经过慎重思考。快要下课了，我向学生们抛出两个问题：一是课后再举几个这样的例子，看看混合以后糖水的含糖率是多少；二是思考混合以后的糖水含糖率为什么不可能是 15%，究竟是百分之几。

下课了，我们的思考还在继续。

第二节课，我又和学生们重新讨论这道判断题。此时的我多了一份慎重和恰当的引导。

师：昨天要求同学们进行自我举例，谁能把自己举的例子告诉大家？

生 1：含糖 7%的糖水 50 克，含糖 8%的糖水也是 50 克。

教师板书，引导学生计算出含糖率是 7.5%。

生 2：含糖 7%的糖水 300 克，含糖 8%的糖水也是300 克。

教师板书，引导学生计算出含糖率是 7.5%。

师：你们发现了什么？

生 3：两杯水一样多的时候，混合以后的糖水含糖率都是 7.5%。

师：很好，我们先作为结论写下来。那昨天我们得到的 7.25%是什么情况？

生：两杯水不一样多的时候。

师：那两杯水不一样多有几种情况呢？

学生稍作思考后回答有两种情况，教师发放表格给学生完成。（表一：含糖 7%的糖水比含糖 8%的糖水多的情况，表二：含糖 7%的糖水比含糖 8%的糖水少的情况）

学生独立完成后简单交流，并进行汇报。

教师板书部分结果：

含糖 7%的糖水比含糖 8%的糖水多：≈7.3%，=7.385%，≈7.38%，≈7.29%……

含糖 7%的糖水比含糖 8%的糖水少：≈7.59%，=7.8%，=7.9%……

师：对于刚才的举例，你有什么发现？

生 1：我发现含糖 8%的糖水多的时候，混合糖水的含糖率大一些。

生 2：我发现两杯水一样多的时候，混合糖水的含糖率都是 7.5%；而含糖 7%的糖水多的时候，混合糖水的含糖率就小于 7.5%；含糖 8%的糖水多的时候，混合糖水的含糖率就大于 7.5%。

这是一个让我惊喜的结论。学生能总结出这样的观点，既令人惊讶，也水到渠成。

师：数学家在很多时候都是从许许多多的例子中得到结论，我们大家做的就是数学家的工作，通过思考，总结出了丰硕的成果。你们还有什么问题吗？

生：老师，如果把 8%提高呢？

师：我明白你的意思。如果我们把 8%改为 11%，那这样的结论又该如何阐述呢？

生自由回答：一个 7%，一个 11%，先得出中间量 9%，再和 9%进行比较。

师：还有别的发现吗？我们看看刚才有个同学举的例子：含糖 7%的糖水 100 克，含糖 8%的糖水 900 克，结果与其他同学的举例有什么不同？

生 1：含糖率大了。

生 2：接近 8%。

师：想法很好。如果我们让含糖 8%的糖水变成 9900 克，会怎样呢？请你计算一下。

学生算出混合糖水的含糖率是 7.99%。

师：更接近 8%了，对吗？

生问：那会不会等于 8%呢？

师：你们说呢？

生 1：如果混合起来是 8%，那两杯水就一样了，一杯是 8%，另一杯也是 8%。

生 2：含糖 8%的糖水比含糖 7%的糖水多得越多，混合糖水的含糖率就越接近 8%，但不可能等于。

师：可以无限接近，但不可能等于，这就是极限思想，看来你们都具备了大学生的思维水平。

生 3：老师，那混合糖水的含糖率还可能无限接近 7%。

师：你想得很对。那大家知道混合糖水的含糖率究竟是多少吗？

此时大多数学生都举起了手，说出了答案。

教师板书：7%<混合糖水含糖率<8%

师：你们真了不起，下课。

下课的铃声真是配合，压着我的说话声响了。下课了，我第一次体会到学生不想离开教室的感觉，甚至还有两个孩子有问题问我。

教育感言

做“四有”好教师

■南京市金陵小学　华琴

做有理想信念、有道德情操、有扎实学识、有仁爱之心的“四有”教师，是国家和社会对新时代教师的殷切期望。那么，怎样才能成为一名“四有”好教师呢？笔者结合工作实际，谈一谈“四有”好教师的特质。

不忘初心

每一个教师在做出职业选择时，都对教师这一职业有着充分的认可和尊重。入职之后，还需要“不畏浮云遮望眼”，继续保持对教师职业的信心。在工作中以这份职业认同感指导日常实践，并让这份认可和尊重逐渐丰厚，做一个“泰山崩于前，我自岿然不动”的教师，不忘初心，心怀梦想。

恪守底线

教师首先是社会的一员，需践行社会主义核心价值观，做爱国、敬业、诚信、友善的社会主义公民。联系教师职业的具体实际，教师要以上述要求为底线，在工作中恪守底线，谨记、更谨守教师职业道德。在日常工作中，以学校的各项具体要求为规，指导、修正和完善自己的教学行为。用规矩成就方圆，用规矩实现梦想。

立足实际

学科教学是立德树人的重要载体，为此，“四有”教师需立足学科教学，夯实专业学识，做“有型”的教师。

所谓有型，一般指有魅力，对他人有吸引力。做一名对学生、对家长以及对同事都有吸引力的“有型”教师，是每一个教师的职业目标。从学科教学的角度出发，“有型”的教师一般包括以下三个特质。

设计能力　为提升教学效率，提高学科对学生的吸引力，教师必须学会设计教学，通过巧妙的设计在学科与学生之间架设桥梁，让学生更顺畅地了解学科、获得知识，把学生领入学科的殿堂，以此实现以学科素养为核心的综合素养的提升。

演绎能力　精巧的教学设计，更多的是基于专业学识的要求，那么，在课堂上和学生面对面交流的时候，能否将事先设计的内容真正地展现出来，收获良好的课堂效果呢？这就要靠教师的演绎能力。这既是对教师学识的考验，也是对教师人格魅力、展示技巧等的考验。

表达能力　教育担负着文化传承的重要使命，为此，“有型”的教师还需要有良好的表达能力。借助口头表达，实现及时分享和沟通；借助书面表达，实现经验推广和思想传播。

心怀仁爱

教育的对象是发展中的人，教师应始终站在学生立场，以仁爱之心看待学生成长中表现出来的问题。在对学生提要求之前，先分析学生实际情况，把握学生现有水平，再结合目标，制定细化的、可行的行动方案，使提出的要求落在学生的最近发展区内，切实有效地引领学生成长。因为仁爱，所以想“法”；因为想“法”，所以有“法”。

“四有”好教师不仅是教师的行动目标，本身也是一个系统的理论体系，需要每一个教师在工作中认真学习，深入思考，自觉实践，反思调整，持续努力。

教学反思

警惕数学课堂中的“思维缺失”

■溧阳市实验小学　黄琴

小学数学教学中，学生数学思维方式的培养相当重要。回眸我们的数学课堂，有时看似“热闹”，学生每个问题都答得头头是道，却缺少应有的思考。那么，数学课堂的“思维缺失症”主要表现在哪里？

问题失衡，思维无序

【案例 1】苏教版小学数学二年级下册有这样一道题：湖里有一艘小船和一艘大船，小船上坐了 2 人（在配图中体现），大船坐的人数是小船的 4 倍，大船坐多少人？

师：小朋友们，你们看图，一只小船坐几人？

生：2 人。

师：那么，一只大船的人数是小船的 4 倍，就是有几个 2？

生：4 个 2。

师：求 4 个 2 是多少，用什么方法？

生：乘法。

师：你会列算式吗？在自备本上写一写。谁来汇报一下？

生 1：4×2=8（人）。

生 2：2×4=8（人）。

这是一道“求一个数的几倍是多少”的实际问题，其中有一个条件是隐藏在图中的，学生应当根据已知条件，结合问题想到需要知道“一只小船能坐 2 人”，并从图中将这一信息找出来，这里初步渗透了分析法的数学思想，指导学生通过分析解决问题。但是，上述案例中教师的几个问题过于琐碎，浮于表面，不仅远离数量关系，而且替代了学生的思考，学生在教师的询问下无需动脑筋就能得出答案，缺乏对数量关系的把握，长此以往，学生就会对题目缺乏整体性的思考，无法独立解题，最终导致思维意识的丧失。

数学是思维的体操，因此教师提出的问题要能够催生学生的问题意识，激起学生进一步探究的欲望。比如上述课例中，我们可以让学生自己来读一读题，体会条件与问题间的联系，针对关键句“大船的人数是小船的 4 倍”进行分析，理解数量关系，找出隐藏信息。

媒体当家，思维无源

【案例 2】苏教版小学数学三年级上册《周长的计算》单元，有这样两道例题：（1）用 12 个边长是 1 厘米的小正方形拼成的长方形，它们的周长各是多少厘米？（2）在一个长 12 厘米、宽 7 厘米的长方形纸里，剪一个最大的正方形，这个正方形的周长是多少？剩下图形的周长是多少？第一题，教师用多媒体动态演示拼成长方形的 3 种情况，请学生说一说每个长方形的长和宽分别是几，然后独立进行计算。第二题，教师用课件动态演示剪→分的过程，分开后的正方形和长方形的周长分别闪烁数次，然后显示出各条边的长，学生看图后独立计算。

课堂上，教师用多媒体生动形象地展示了剪、拼的过程，学生饶有兴趣地看着课件，然后根据教师提供的数据进行计算，殊不知，这样的课堂完全被多媒体主宰了，师生成了课件的“俘虏”。学生机械地进行着简单的周长计算，没有思考的时间和空间，本课中最重要的空间观念没有得到有效发展。

多媒体教学在一定程度上为课堂带来了一个新天地，运用课件不是一件坏事，问题是“度”的把握。用在关键处，用在该用时，就能起到“四两拨千斤”的作用。在计算剪拼图形的周长时，我们完全可以让学生自己动手摆一摆、剪一剪、画一画，自己经历尝试、探索的过程。在学生交流汇报时，教师先选取剪拼、画图等不同的方法展示给大家讨论，再适时用多媒体演示图形剪拼的过程，既给了学生探索的机会，又为学生有序、规范地操作进行了指导。

活动有余，思维无本

【案例 3】苏教版小学数学二年级下册“分米的认识”教学中，有这样一幕：

师：同学们，你们听说过“分米”吗？

生：听说过。

师：1 分米有多长？

学生各自比划了一个长度。

师：有些同学比划得不够准确，老师告诉你，1 分米就是 10 厘米。大家都知道 1 厘米有多长吗？

学生比划。

师：那么 10 个这么长你会比划吗？

学生比划。

师：我们到尺上找一找 1 分米有多长。

学生对着尺比划。

师：生活中哪些物体的长大约是 1 分米？

生 1：铅笔。

生 2：我的笔盒的边。

……

师：我们用尺在教室里量一量，看一看哪些物体的边大约是 1 分米？

学生拿尺在教室里测量。

一堂课就在学生的比划、测量、汇报中结束了。显然，学生都参与了、操作了，但是 1 分米的长度观念建立得并不扎实，整节课热闹有余，思维缺失。

长度观念的建立的确需要大量的实践体会，但不是一味地让学生进行浮于表面的比划与测量，需要给学生静思品悟的空间。比如我们可以给学生一张长 10 厘米的长方形纸片，让学生测量后汇报长度，大部分学生知道是 10 厘米，也必定有学生知道是 1 分米，这样利用学生的经验基础和生生之间的差异来理解“1 分米=10 厘米”，学生会觉得亲近而自然。接下来教师可以让学生在估测后用剪刀剪一段 1 分米的纸条，再用尺量一量，看看相差了多少。当学生对 1 分米有比较丰富扎实的感悟时，教师再带领学生到生活中找一找哪些物体的长度大约是 1 分米。“1 分米”的表象建立靠的不仅仅是实践操作，还需要思维的积极参与，靠的是学生在比划中的摄入、测量中的品味、静思中的内化。